Klasse BVKT1

3. Extemporale aus der Mathematik am 4.2.10 Name:..

NP

Gegeben sind die Punkte A(−8|−5), B(−4|3) und C(2|0) sowie die Funktion $f_k : x \mapsto \frac{1}{4}x^2 + kx + 5$ mit $k \in \mathbb{R}$.

1 Bestimmen Sie den Funktionsterm der Parabel p, deren Graph durch die Punkte A, B und C verläuft. [6]
(Ergebnis: $p(x) = -0{,}25x^2 - x + 3$)

2 Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen von p mit den Koordinatenachsen. [4]

3 Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitel der Parabel f_k in Abhängigkeit von k. [3]

4 Untersuchen Sie, für welche Werte von k die Graphen von p und f_k genau einen gemeinsamen Punkt haben. [7]

5 Ermitteln Sie, für welche Werte von k eine Linearfaktorzerlegung von $f_k(x)$ existiert. [5]

3. Extemporale Mathematik am 4.2.10 BVKT1

1)
$$\begin{array}{rrrr} 64 & -8 & 1 & -5 \\ 16 & -4 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \mathrm{I}-\mathrm{II} \\ \mathrm{II}-\mathrm{III} \end{array} \qquad \begin{array}{rrrrl} 64 & -8 & 1 & -5 & \\ 48 & -4 & 0 & -8 & |:2 \\ 12 & -6 & 0 & 3 & |:(-3) \end{array} \quad \mathrm{II}'+\mathrm{III}'$$

$$\begin{array}{rrrrl} 64 & 8 & 1 & -5 & \Leftrightarrow -\frac{1}{4}\cdot 64 - 8 + c = -5 \Leftrightarrow c = 3 \\ 24 & -2 & 0 & -4 & \Leftrightarrow -\frac{1}{4}\cdot 24 - 2b = -4 \Leftrightarrow b = -1 \\ 20 & 0 & 0 & -5 & \Leftrightarrow 20a = -5 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4} \end{array}$$

$$p(x) = -\frac{1}{4}x^2 - x + 3$$

6

2) $-\frac{1}{4}x^2 - x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow (x+6)(x-2) = 0$: ∅

$\Rightarrow N_1(-6|0)$; $N_2(2|0)$; $S_y(0|3)$

4

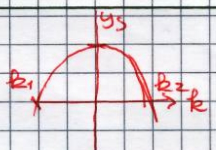
3) $f_k(x) = \frac{1}{4}\left(x^2 + 4kx + (2k)^2 - (2k)^2\right) + 5$
$= \frac{1}{4}(x+2k)^2 - \frac{1}{4}\cdot 4k^2 + 5 \Rightarrow S(-2k \,|\, 5-k^2)$

3

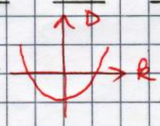
4) $\frac{1}{4}x^2 + kx + 5 = -\frac{1}{4}x^2 - x + 3$
$\frac{1}{2}x^2 + kx + x + 2 = 0$
$\frac{1}{2}x^2 + (k+1)x + 2 = 0$
$D = (k+1)^2 - 4\cdot\frac{1}{2}\cdot 2 = k^2 + 2k + 1 - 4 = k^2 + 2k - 3 =$
$= (k+3)(k-1) \Rightarrow k_1 = -3$; $k_2 = 1$

7

5) Entweder $y_S = -k^2 + 5 < 0$
$y_S = 0 \Rightarrow k_{1/2} = \pm\sqrt{5}$
$k \in \mathbb{R} \setminus \left]-\sqrt{5}; \sqrt{5}\right[$



Oder $D = k^2 - 4\cdot\frac{1}{4}\cdot 5 = k^2 - 5 \geq 0$
$k^2 - 5 = 0$ für $k_{1/2} = \pm\sqrt{5}$
also: $k \in \mathbb{R} \setminus \left]-\sqrt{5}; \sqrt{5}\right[$



5